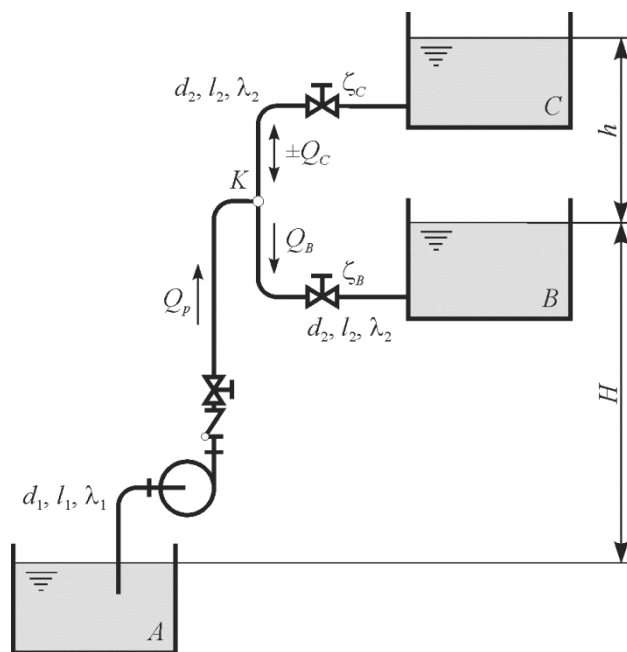


Задатак 2: Центрифугална пумпа познате карактеристике при $n = 1450 \text{ min}^{-1}$, пребацује воду из резервоара A у резервоаре B и C кроз цевовод приказан на слици. Разлике нивоа у резервоарима износе $h = 10 \text{ m}$ и $H = 20 \text{ m}$. Цевовод се састоји из деонице AK карактеристика $d_1 = 100 \text{ mm}$, $l_1 = 10 \text{ m}$, $\lambda_1 = 0,022$, $\Sigma\zeta_1 = 10$ и две једнаке деонице KB и KC чије су карактеристике $d_2 = 60 \text{ mm}$, $l_2 = 10 \text{ m}$ и $\lambda_2 = 0,023$.

На деоницама KB и KC уграђени су регулациони вентили који у потпуно отвореном положају имају коефицијент локалног отпора $\zeta_B = \zeta_C = 4$.

Одредити:

1. Дотоке у резервоаре B и C , и потребну снагу пумпе у условима када су вентили B и C потпуно отворени.
2. Колики мора бити коефицијент локалног отпора вентила на деоници KB да би доток у оба резервоара био једнак?
3. При којој брзини обртања пумпе (вентили на деоницама KB и KC су потпуно отворени) доток у резервоар C износи нула? Колика је тада потребна снага пумпе?



Карактеристика пумпе при $n = 1450 \text{ min}^{-1}$:

Q [L/s]	0	4	8	12	16	20	24	28	32
Y [J/kg]	510	530	535	530	510	481	432	373	294
η [%]	0	30	50	63	71	75	75	70	58

Решење (1):

Задатак се решава применом Бернулијеве једначине и једначине континуитета. Да би се омогућила њихова графичка представа Бернулијеве једначине пишу се за све деонице цевовода засебно, односно тако да у свакој једначини фигурише само један непознат проток.

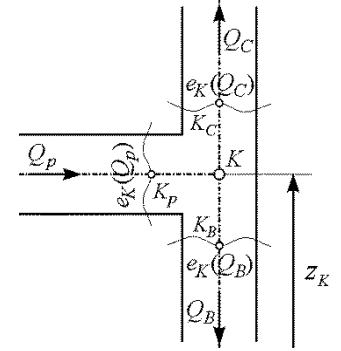
Општости ради, претпоставиће се да на улазима у резервоаре не постоје неповратни вентили, што за последицу има да резервоар C може под одређеним условима да се празни у резервоар B , односно проток Q_C може бити и са позитивним (ка резервоару C) и са негативним (из резервоара C) предзнаком.

Бернулијева једначина од нивоа воде у резервоару A до рачве K гласи:

$$Y_p = \left(\frac{p_{m.Kp}}{\rho} + \frac{8Q_p^2}{\pi^2 d_1^4} + gz_K \right) + \frac{8Q_p^2}{\pi^2 d_1^4} \left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \Sigma \zeta_1 \right) \quad (1)$$

при чему су уместо апсолутних притисака на површини воде (p_a) и у рачви К ($p_a + p_{m.Kp}$) обзир узети релативни притисци (атмосферски притисак p_a у Бернулијевој једначини увек може да се скрати). Такође, претпостављено је да је брзина струјања v_A на површини воде у резервоару А занемарљива што је најчешће исправна претпоставка.

Први израз у загради на десној страни једначине (1) представља укупну специфичну енергију флуида у рачви К, тачније у тачки K_p непосредно испред рачве, у којој још увек постоји проток Q_p (види слику). Натпритисак $p_{m.Kp}$ у овој тачки је непозната величина а кота z_K чак није ни дата задатком. Са друге стране, познавање ових величина није заправо ни потребно у поступку решавања конкретне проблема па се сва три члана у загради могу заменити само једном (помоћном) непознатом величином – специфичном енергијом у пресеку непосредно испред рачве К:



$$e_K(Q_p) = \frac{p_{m.Kp}}{\rho} + \frac{8Q_p^2}{\pi^2 d_1^4} + gz_K \quad (2)$$

Заменом у једначину (1) коначно се добија:

$$Y_p = e_K(Q_p) + \frac{8Q_p^2}{\pi^2 d_1^4} \left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \Sigma \zeta_1 \right)$$

Горњу једначину треба преуредити тако да на левој страни остане само специфична енергија у рачви $e_K(Q_p)$:

$$e_K(Q_p) = Y_p - \frac{8Q_p^2}{\pi^2 d_1^4} \left(\lambda_1 \frac{l_1}{d_1} + \Sigma \zeta_1 \right) = Y_p - \Delta y_{gA-K}(Q_p) = Y_{pr}(Q_p) \quad (3)$$

Функција која се појавила на десној страни знака једнакости обично се назива „редукована карактеристика пумпе“ и означава се са Y_{pr} . То је заправо карактеристика напора пумпе умањена за хидрауличке губитке у пумпном цевоводу $\Delta y_{gA-K}(Q_p)$.

Примењујући сличан поступак, Бернулијева једначина од рачве К, односно од тачке K_B непосредно иза рачве у којој се почиње проток Q_B (види слику горе), па до нивоа воде у резервоару В, може да се напише у облику:

$$e_K(Q_B) = gH + \frac{8Q_B^2}{\pi^2 d_2^4} \left(\lambda_2 \frac{l_2}{d_2} + \zeta_B \right) = Y_{cK-B}(Q_B) \quad (4)$$

где је са $Y_{CK-B}(Q_B)$ означена функција на десној страни знака једнакости која заправо има форму карактеристике цевовода, тј. крака цевовода $K-B$:

Аналогно, Бернулијева једначина од рачве K (тј. тачке K_C на слици) до нивоа воде у резервоару C (и обрнуто), након сређивања гласи (карактеристика крака цевовода $K-C$):

$$e_K(Q_C) = g(H + h) + \frac{8Q_C|Q_C|}{\pi^2 d_2^4} \left(\lambda_2 \frac{l_2}{d_2} + \zeta_C \right) = Y_{CK-C}(Q_C) \quad (5)$$

У једначини (5) усвојена је конвенција да је $Q_C > 0$ када је протицање у смеру ка резервоару C , односно да је $Q_C < 0$ када се резервоар C празни (види слику). Једноставности ради, претпостављено је да је коефицијент локалног отпора ζ_C вентила на деоници $K-C$ исти за оба смера струјања.

Коначно, једначина континуитета за чвор K гласи:

$$Q_p = Q_B + Q_C \quad (6)$$

Карактеристике пумпе $Y_p(Q_p), \eta_p(Q_p)$, редуковане карактеристике пумпе $Y_{pr}(Q_p)$ и карактеристике цевовода $\Delta y_{gA-K}(Q_p), Y_{CK-B}(Q_B)$ и $Y_{CK-C}(Q_C)$ приказане су графички на слици.

У устаљеном радном режиму посматраног пумпног система све леве стране једначина (3), (4) и (5) бројчано морају бити једнаке (специфична енергија у чвору K) па морају бити једнаке и одговарајуће карактеристике на десним странама тих једначина. Другим речима, добијене карактеристике цевовода и редуковане карактеристике пумпе могу се паралелно спрезати.

Уобичајено се паралелно спрежу карактеристике цевовода $K-B$ и $K-C$, сагласно једначини континуитета (6), односно при истом напору/ специфичној енергији (e_K) сабирају се протоци Q_B и Q_C . Резултат, односно карактеристика паралелне везе цевовода $K-B$ и $K-C$ приказана је на слици $\rightarrow Y_{CB+C}(Q_B + Q_C) = Y_{CB+C}(Q_p)$.

У пресеку карактеристике паралелне везе цевовода $Y_{CB+C}(Q_p)$ и редуковане карактеристике пумпе $Y_{pr}(Q_p)$ добија се радна тачка система RT_1 .

Сликовито речено, може се сматрати да се радна тачка RT_1 налази у пресеку карактеристике неке замишљене пумпе (која у себи садржи стварну пумпу и пумпни цевовод $A-K$) и карактеристике замишљеног цевовода (која би одговарала збирној карактеристици цевовода $K-B$ и $K-C$). На тај начин, проблем се своди на систем једне пумпе која ради у простом цевоводу (задатак 1).

Из радне тачке система RT_1 графичким путем одређују се тражени протоци ка резервоарима B и C (са карактеристика цевовода Y_{CK-B} и Y_{CK-C} на хоризонтали $e_K = e_{RT_1} = const$).

$$RT_1 \rightarrow \quad Q_{B1} = 16,9 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad Q_{C1} = 9,2 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

Радна тачка пумпе RT_{p1} добија се на карактеристици пумпе $Y_p(Q_p)$, изнад радне тачке система RT_1 (на вертикали $Q_{p1} = Q_{RT1} = const$). Вертикално растојање радне тачке пумпе RT_{p1} и радне тачке система RT_1 одговара хидрауличким губицима у пумпном цевоводу при протоку пумпе – $\Delta y_{gA-K}(Q_{p1})$.

Из радне тачке пумпе RT_{p1} читавају се проток, напор и степен корисности пумпе на основу којих се коначно срачунава тражена потребна снага пумпе:

$$RT_1 \rightarrow RT_{p1} \rightarrow \quad Y_{p1} = 402,9 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{p1} = 26,1 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \eta_{p1} = 73,2 \%$$

$$P_{p1} = \frac{\rho Q_{p1} Y_{p1}}{\eta_{p1}} = 14,4 \text{ kW}$$

Решење (2) - балансирање протока:

Радна тачка система RT_2 добија се из услова:

$$Q_{B2} = Q_{C2} = Q_{p2}/2 \quad \text{при} \quad e_K(Q_{p2}) = e_K(Q_{B2}) = e_K(Q_{C2}) \quad (7)$$

Графичко решавање проблема своди се на тражење тачке M на карактеристици цевовода $Y_{CK-C}(Q_C)$ која је подједнако удаљена од ординате Y и редуковане карактеристике пумпе $Y_{pr}(Q_p)$, односно тачке у којој је услов (7) задовољен. Кроз ту тачку треба да прође нова карактеристика цевовода $K-B$ (са пригушеним регулационим вентилом). Нова карактеристика паралелне веза цевовода $K-B$ и $K-C$ тада сече редуковану карактеристику пумпе у радној тачки RT_2 (обе нове карактеристике цевовода скициране су на слици испрекиданим линијама зелене боје).

Из тачке M читава се:

$$Q_{B2} = Q_{C2} = 12,2 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

$$e_K(Q_{B2}) = e_K(Q_{C2}) = e_K(Q_{p2}) = 367,3 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$$

Заменом у једначину (4) и решавањем по непознатом коефицијенту локалног отпора коначно се добија тражени коефицијент локалног отпора регулационог вентила:

$$\zeta_{B2} = \frac{\pi^2 d_2^4 [e_{Km}(Q_{B2}) - gH]}{8Q_{B2}^2} - \lambda_2 \frac{l_2}{d_2} = 14,5$$

Решење (3):

Из услова да је $Q_{C3} = 0$, односно да је $Q_{B3} = Q_{p3}$ добија се радна тачка система RT_3 , приказана на слици. Сагласно једначини (3), радна тачка пумпе RT_{p3} , при непознатој брзини обртања

n_3 , мора бити изнад радне тачке система за губитке у пумпном цевоводу Δy_{gA-K} при протоку $Q_{B3} = Q_{p3}$. Из тако одређене радне тачке RT_{p3} читавају се потребни радни параметри пумпе:

$$RT_{p3} \rightarrow Y_{p3} = 314 \frac{\text{J}}{\text{kg}} \quad Q_{p3} = 14,1 \frac{\text{L}}{\text{s}}$$

Да би се одредила непозната брзина обртања, кроз радну тачку пумпе RT_{p3} потребно је повући параболу сличности (види слику):

$$Y_s(Q_s) = \left(\frac{Y_{p3}}{Q_{p3}^2} \right) Q_s^2$$

У пресеку тако добијене параболе сличности $Y_s(Q_s)$ и радне карактеристике пумпе $Y_p(Q_p)$ при $n = 1450 \text{ min}^{-1}$, добија се тзв. слична тачка ST_3 из које је потребно читати проток (или напор) и степен корисности:

$$ST_3 \rightarrow Q_{s3} = 17,8 \frac{\text{L}}{\text{s}} \quad \eta_{s3} = \eta_{p3} = 73,3 \%$$

Тражена брзина обртања се добија из услова сличности:

$$n_3 = \frac{Q_{p3}}{Q_{s3}} n = 1151 \text{ min}^{-1}$$

Коначно, потребна снага пумпе износи:

$$P_{p3} = \frac{\rho Q_{p3} Y_{p3}}{\eta_{p3}} = 6,1 \text{ kW}$$

Домаћи:

1. Одредити коефицијенте локалних отпора регулационих вентила на деоницама K_B и K_C тако да протоци ка резервоарима B и C буду једнаки и да пумпа ради са максималним степеном корисности.
2. Одредити брзину обртања пумпе (вентили на деоницама K_B и K_C потпуно отворени) при којој се резервоар C празни са протоком од 2 L/s (негативан проток)? Колика је тада потребна снага пумпе?

